



17-osios jaunųjų mokslininkų konferencijos „Mokslas – Lietuvos ateitis“ teminės konferencijos  
**TRANSPORTO INŽINERIJA IR VADYBA,**  
vykusios 2014 m. gegužės 8 d. Vilniuje, straipsnių rinkinys

Proceedings of the 17th Conference for Junior Researchers 'Science – Future of Lithuania'  
**TRANSPORT ENGINEERING AND MANAGEMENT**, 8 May 2014, Vilnius, Lithuania

Сборник статей 17-й конференции молодых ученых «Наука – будущее Литвы»  
**ИНЖЕНЕРИЯ ТРАНСПОРТА И ОРГАНИЗАЦИЯ ПЕРЕВОЗОК**, 8 мая 2014 г., Вильнюс, Литва

## РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ИНТЕРВАЛОВ В ТРАНСПОРТНОМ ПОТОКЕ

Наталья Смирнова

*Харьковский Национальный автомобильно-дорожный университет,  
Кафедра изысканий и проектирования дорог и аэродромов, ул. Петровского 25, Харьков, Украина  
Эл. почта: NataliaV-Smirnova@yandex.ru*

**Аннотация.** В статье проанализирована неравномерность распределения интервалов между автомобилями в транспортном потоке. Предложена уточненная модель распределения интервалов, которая позволяет оценить возможность выполнения обгонов, что необходимо для моделирования движения транспортных потоков на участках дорог с различными дорожными условиями.

**Ключевые слова:** автомобильная дорога, транспортный поток, безопасный интервал между автомобилями, вероятность интервала в транспортном потоке.

### Введение

Моделирование движения транспортных потоков и исследование его пропускной способности невозможно без анализа дистанций и интервалов между автомобилями: дистанции характеризуют взаимное положение автомобилей в пространстве (вдоль дороги), интервалы – то же, во времени. Дистанции измерять гораздо сложнее, чем интервалы. Интервалы между автомобилями в потоке неравномерны во времени и в пространстве. Количество интервалов, достаточных для выполнения различных маневров обгона, встраивания в транзитный поток на перекрестках или при слиянии полос и т.п., определяет скоростные режимы отдельных автомобилей и транспортных потоков в целом, определяет величину пропускной способности отдельных участков дорог с учетом возможностей выполнения указанных маневров. В решении этих задач используются закономерности распределения вероятностей интервалов между автомобилями в потоке.

В любой точке дороги и в любой момент времени интервалы между автомобилями случайны. Проще было бы моделировать движение потока при постоянных интервалах. Именно таков традиционный подход при расчетах пропускной способности при проектировании дорог. При этом считают, что все автомобили потока движутся с постоянной скоростью и с постоянными дистанциями и интервалами.

Такая «колонная» модель потока совершенно не соответствует структуре потока при интенсивностях

меньше пропускной способности. Реальный поток при таких интенсивностях неоднороден по скоростям и неравномерен во времени и в пространстве. Кроме того, при постоянных интервалах лишь в отдельные редкие дни организованного движения колонн однородных автомобилей улучшается регулярность потока, однако полной синхронности движения автомобилей не отмечается.

Целью настоящей статьи является уточнение модели распределения интервалов для оценки возможности выполнения обгонов, что необходимо для моделирования движения транспортных потоков на участках дорог с различными дорожными условиями на участках двухполосных дорог II–IV категорий.

### Описание распределения неравномерных интервалов между автомобилями методами теории вероятностей

В «колонной» модели потока перед участниками движения возникли бы непреодолимые трудности из-за невозможности выполнять обгоны и смены рядов движения. Это можно пояснить на следующем примере. Водитель выполняет обгон в среднем за 10 с. Если принять, что скорость встречного автомобиля такая же, как обгоняющего, то для безопасного обгона необходим интервал между автомобилями встречного потока не менее 20 с. При регулярном движении встречного потока обгоны стали бы невозможны, если бы интенсивность потока превысила бы 3600 /

20 = 120 авт/час. Все автомобили потока прямого направления достигли бы скорости самого тихого автомобиля и ждали бы окончания участка с регулярным движением. На двухполосных дорогах именно неравномерность интервалов между автомобилями дает возможность водителям существенно сокращать время движения вследствие наличия во встречных потоках больших интервалов (больше среднего), достаточных для обгонов.

Таким образом, для адекватного моделирования движения транспортного потока необходимо описывать распределение неравномерных интервалов между автомобилями методами теории вероятностей. Полную информацию о распределении интервалов дает функция плотности распределения вероятностей. Впервые Kinzer (1933), Adams (1936) и Greenshilds (1947) обратили внимание на случайный характер распределения интервалов в автомобильном потоке и для их описания использовали закон Пуассона. И в настоящее время распределение интервалов между автомобилями описывают экспоненциальным распределением

$$h(t) = qe^{-qt}, \quad (1)$$

где  $h(t)$  – плотность распределения вероятностей интервалов между автомобилями;  $q$  – интенсивность потока, авт/с, при известной часовой интенсивности  $q = Q/3600$ .

Экспоненциальное распределение интервалов  $h(t)$  – это свойство пуассоновского (простейшего) потока. Согласно закону Пуассона вероятность появления точно  $k$  автомобилей в интервале  $t$

$$p(k) = \frac{(pt)^k}{k!} e^{-pt}. \quad (2)$$

Принимая  $k = 0$  (нет ни одного автомобиля в интервале  $t$ ) и учитывая, что  $0! = 1$ , получают  $p(0) = e^{-pt}$  что совпадает с вероятностью  $P(\xi > t)$  из формулы (1)

$$P(\xi > t) = \int_t^\infty pe^{-p\xi} d\xi = e^{-pt}. \quad (3)$$

Пуассоновская модель распределения интервалов не согласуется с действительностью, так как предполагает существование в потоке интервалов менее динамического габарита  $t_0$  – заштрихованная часть на рис. 1. Такие малые интервалы не соответствуют критерию безопасности движения и необходима другая и более адекватная модель, не допускающая интервалов менее  $t_0$ .

Такая модель может быть названа смещенным экспоненциальным распределением, см. рис. 1.

В пуассоновском распределении  $t > 0$ , а в смещенном  $t > t_0$ ; в смещенном также присутствует экс-

поненциальная часть, что позволяет записать выражение для плотности смещенного распределения в виде

$$f(t) = q'e^{-q'(t-t_0)}, \quad (4)$$

где  $q'$  – параметр смещенного распределения, имеющий ту же размерность, что и  $q$ , то есть авт/с.

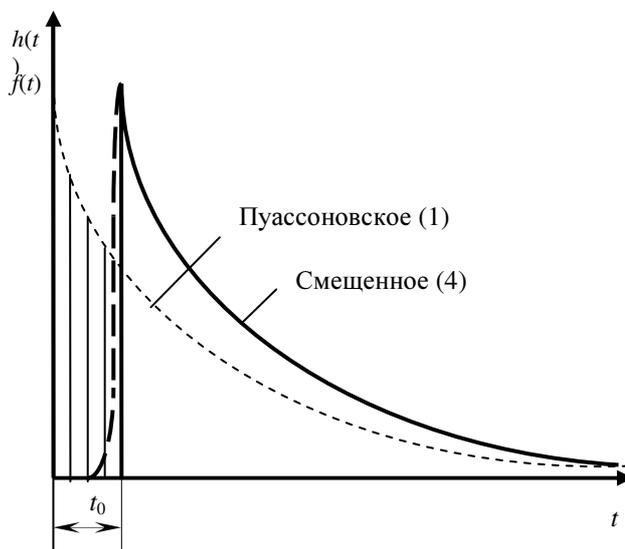


Рис. 1. Пуассоновское и смещенное распределение интервалов в потоке

Определим физический смысл параметра  $q'$  и найдем его связь с параметром  $q$ . Часовая интенсивность  $Q$  определяется как количество автомобилей  $Q$  в единице времени 1 час. В этом временном интервале выделим все минимально безопасные интервалы  $t_0$ , и в одном часе они занимают часть  $qt_0$  или  $Qt_0$  секунд. Оставшаяся часть часа  $1 - qt_0$  или  $(3600 - Qt_0)$  секунд – это все свободные интервалы и их количество тоже равно  $Q$ . Интенсивность свободных интервалов логично определять отношением их количества (это  $Q$ ) к тому отрезку времени, который они занимают, то есть как отношение  $Q$  к  $(3600 - Qt_0)$ . Обозначим эту интенсивность как  $q'$ ; она имеет размерность авт/с. Поделим и числитель, и знаменатель в этом отношении на 3600, и учитывая, что  $Q/3600 = q$ , получим выражение для  $q'$  – интенсивности свободных интервалов (авт/с)

$$q' = \frac{q}{1 - qt_0}. \quad (5)$$

Так как для транспортных потоков размерность интенсивности свободных интервалов  $q'$  – это авт/с, то величину  $q'$  часто называют фиктивной интенсивностью потока.

Переходя к определению плотности как количеству  $R$  автомобилей потока на отрезке 1 км ( $r$  авт/м), учитываем, что в реальном потоке среднее расстоя-

ние между автомобилями  $l = 1000/R$  (или  $l = 1/r$ ), а средняя величина свободного расстояния  $l_{св}$ , рис. 1, такая, что  $l_{св} = l - l_0$ . Эти соотношения аналогично (5) дают выражение для фиктивной плотности потока (авт/м)

$$r' = \frac{r}{1 - rl_0}. \quad (6)$$

Вследствие многих случайных факторов величина  $t_0$  для каждого автомобиля отклоняется от среднего значения, и поэтому реальная граница плотности слева не отвесная, а такая, как показано на рис. 1 пунктиром. Нетрудно убедиться в корректности выражения (4), так как соблюдается известное условие равенства единице интеграла по плотности распределения вероятностей

$$P(t_0 < t < \infty) = \int_{t_0}^{\infty} q' e^{-q'(t-t_0)} dt = 1. \quad (7)$$

То есть, если пуассоновское распределение описывает распределение интервалов, считая автомобили идеально малыми точками, такими, что  $t_0 = 0$ , то смещенное распределение описывает распределение интервалов (свободных) между «большими» точками, размер которых на оси времени равен реальным  $t_0$  (не нулевым). Поэтому параметр смещенного распределения  $q'$  можно назвать фиктивной интенсивностью и поток таких больших точек можно считать пуассоновским.

Такая уточненная модель распределения интервалов позволяет оценить возможность выполнения обгонов, что необходимо для моделирования движения транспортных потоков на участках дорог с различными дорожными условиями.

Вероятность наличия во встречном потоке интервала  $\tau_{обг}$  между автомобилями, достаточного для выполнения обгона, находится интегрированием (7) в соответствующих пределах

$$P_{\tau_{обг}} = \int_{\tau_{обг}}^{\infty} q'_l e^{-q'_l(t-t_{ол})} dt = e^{-q'_l(\tau_{обг}-t_{ол})}, \quad (8)$$

где  $t_{ол}$  – безопасный интервал между автомобилями на встречной полосе при средней скорости потока на этой полосе  $v_l$ ;  $q'_l$  – фиктивная интенсивность потока на встречной полосе, вычисляемая по формуле (5).

Величину  $t_{ол}$  найдем с учетом формул (Смирнова 2013)

$$t_{ол} = \frac{l_a}{v_l} + \frac{1}{\varphi}, \quad (9)$$

где  $l_a$  – средняя длина автомобиля в потоке;  $\varphi$  – коэффициент сцепления.

### Вероятности наличия во встречном потоке интервала между автомобилями, достаточного для безопасного обгона

Для расчета по формуле (8) численных значений вероятности наличия во встречном потоке интервала  $\tau_{обг}$  между автомобилями, достаточного для выполнения обгона, предварительно найдем время обгона  $t_{обг}$  согласно схеме расчета времени обгона (Смирнова 2013).

За время обгона  $t_{обг}$  обгоняющий автомобиль пройдет путь

$$s_{обг} = s_2 + s_{12} + s_1, \quad (10)$$

где  $S_2 = v_2 \cdot t_0$  – дистанция следования обгоняющего автомобиля за обгоняемым в момент начала обгона;  $S_1 = v_1 \cdot t_0$  – дистанция следования обгоняемого автомобиля за обгоняющим в момент окончания обгона;  $S_{12} = v_1 \cdot t_{обг}$  – путь, пройденный обгоняемым автомобилем за время обгона  $t_{обг}$ ;  $S_{обг} = v_2 \cdot t_{обг}$  – путь, пройденный обгоняющим автомобилем за время обгона  $t_{обг}$ .

Для безопасного обгона должно выполняться условие: на расстоянии  $S_l$  на встречной, левой полосе не должно быть автомобилей встречного потока; это расстояние от точки  $A$ , в которой разминутись автомобили 2 и 3', до точки  $B$ , в которой находится встречный автомобиль 3'' в конце обгона.

Величину безопасного интервала  $t_0$ , соответствующего дистанциям  $S_1$  и  $S_2$  примем равным среднему значению для всех автомобилей потока прямого направления при его средней скорости; расчет  $t_0$  аналогичен расчету  $t_{ол}$  по формулам (Смирнова 2013).

При вычислении среднего значения  $t_{обг}$  принято, что средняя скорость обгоняемого автомобиля  $v_1 \approx 0.5(v_2 - v_{min})$ , так как обгоняющий автомобиль обгоняет все автомобили, скорость которых ниже  $v_2$ , в том числе и самые тихоходные, скорость которых близка к нулю и скорость которых находится в диапазоне от  $v_{min}$  до  $v_2$ . Упрощая, т.е., принимая  $v_{min} \approx 0$ , получим  $v_1 \approx 0.5v_2$ . Подставляя это значение в (2.49) и решая полученное уравнение, найдем, что  $t_{обг} = t_0(v_2 + v_1)/(v_2 - v_1)$ , а при  $v_1 \approx 0.5v_2$  получим  $t_{обг} \approx 3t_0$ . Учитывая, что в конце обгона, см. рис. 2.11, между обгоняющим и встречным автомобилями должна быть обеспечена безопасная дистанция  $S_{13}$ , и оценивая интервал во времени, соответствующий этой дистанции, величиной  $t_0$  с учетом (Смирнова 2013) получим окончательно величину интервала  $\tau_{обг}$  между автомобилями во встречном потоке, достаточного для выполнения обгона

$$\tau_{обг} \approx 4t_0 = 4(l_a / v + 1 / \varphi). \quad (11)$$

Вероятность наличия во встречном потоке интервала  $\tau_{обг}$ , достаточного для выполнения обгона, находится по формуле (8) как зависимость этой вероятности от интенсивности встречного потока и интервала  $\tau_{обг}$ .

## Выводы

1. Анализ всех факторов, определяющих величину этого интервала, и вероятность его наличия в потоке, показывает их зависимость, в основном, от интенсивности встречного потока, его средней

скорости и сцепных свойств проезжей части.

2. Вероятность наличия во встречном потоке интервала  $\tau_{обг}$ , достаточного для выполнения обгона, находится по формуле (8) как зависимость этой вероятности от интенсивности встречного потока и интервала  $\tau_{обг}$ .

## Литература

- Вентцель, Е. С. 1972. Исследование операций. [Ventcel E.S. The operations research] М., «Советское радио», 552 с.
- Дрю, Д. 1972. Теория транспортных потоков и управление ими. [Dru D. The theory of traffic flow and its management] М.: Транспорт. 424 с.
- Сильянов, В. В. 1977. Теория транспортных потоков в проектировании дорог и организации движения. [Sil'anov V. V. The theory of traffic flow in road design and traffic management]. *Транспорт*. 299 с.
- Смирнова, Н. В. 2013. Моделирование движения транспортных потоков и расчет показателей функционирования дороги [Smirnova N. V. Traffic flow modeling and calculation of the operation of the road] – Харьков, с. 102–105.